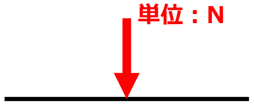
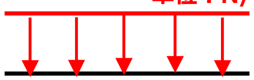
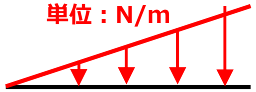
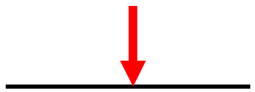
第１回：各種荷重(長期・短期)と荷重のモーメント

荷重：建築部品に外から作用する力

①時間軸による分類

分類	定義	内容
長期荷重	常時作用している荷重	固定荷重＋積載荷重 （建物自体）（人・物等）
短期荷重	時間とともに変化する荷重	長期荷重＋非常時荷重 （風・地震）

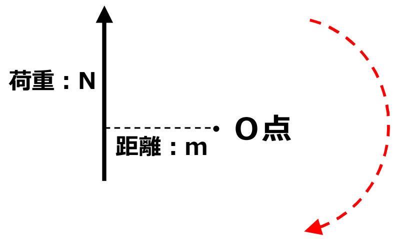
②分布による分類

	集中荷重	分布荷重	
分布状態	単位：N 	単位：N/m  等分布荷重	単位：N/m  三角形分布荷重
表記	上に同じ		

分布荷重は、計算上、集中荷重に置き換える。
面積＝集中荷重の大きさ
重心＝集中荷重の作用点

荷重のモーメント（回転の力）

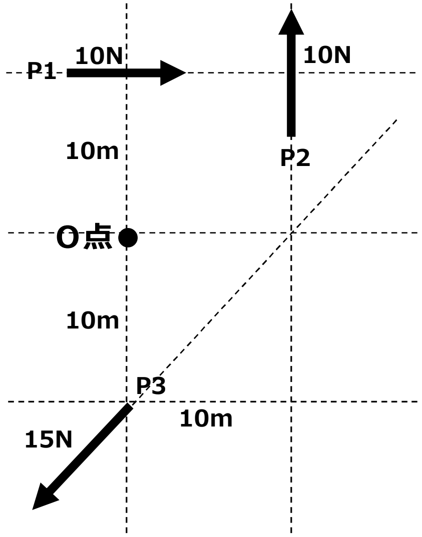
力のモーメント＝力（N）×**垂直距離**（m）　※垂直距離でであることに注意



力の向きから見て、時計回りに回るので
※時計回りのモーメントを“正”とする。

モーメントMo＝N×m

【例題】



〇荷重P1のモーメントM1
M1＝10N × 10m ＝ 100Nm
※時計回りなので“正”

〇荷重P２のモーメントM２
M2＝10N × 10m ＝ -100Nm
※半時計回りなので“負”

〇荷重P３のモーメントM３
M3＝10N × 7.1m ＝ 71Nm
※時計回りなので“正”

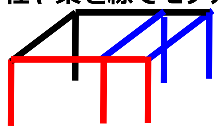
点OのモーメントΣMは
ΣM=M1+M2+M3
=100-100+71
=71Nm

第２回　建築物の構造モデル化と力のつり合い/反力のモデル化

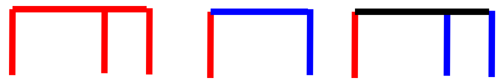
建築物の構造のモデル化

建築物は、柱や梁、床/天井や壁からできた３次元構造体であるが
①床/天井や壁 といった面状のものは、構造力学の計算上では無視する。
②柱や梁には“厚み”があるがこれは無視して、“線”でモデル化する。
③構造計算上では、構面に合わせて面を切り出して、２次元で計算する。

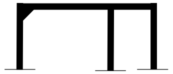
②柱や梁を線でモデル化



③構面を２次元で表記

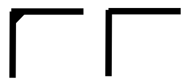
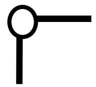


支点/節点とモデル化

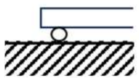
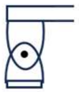
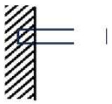
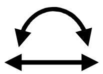
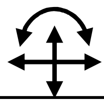


２本の線が交わる交点が“節点”で、拘束され方の差で２種類、
１本の線の端が地面等と接してる場所が“支点”で、同５種類。

【節点の種類と特徴】

	剛節点（剛接合）	ピン節点（ピン接合）
記号		
回転の可否（移動はしない）	回転できない	回転できる

【支点の種類と特徴】

	ローラー支持	ピン支持	固定端	自由端
イメージ				
記号				（記号なし）
可動方向			（なし）	

力のつり合い：何かしらの力が作用していても、モノが動かない状態

構造計算は２次元で考えるので、

力が釣り合っている
＝移動も回転もしない
＝力の各成分の和が“０”

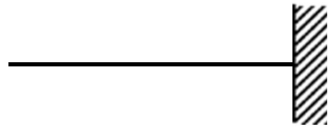
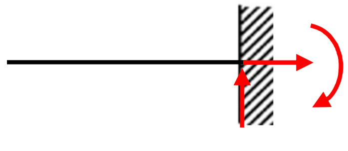
移動成分（X方向/Y方向）

$$\Sigma Px = 0$$
$$\Sigma Py = 0$$

回転成分

$$\Sigma M = 0$$

梁の種類と反力の発生

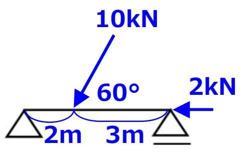
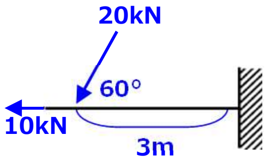
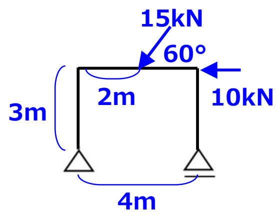
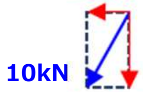
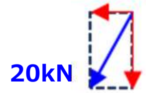
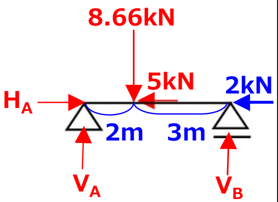
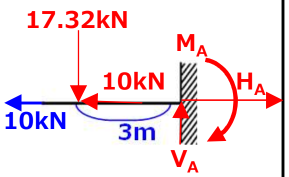
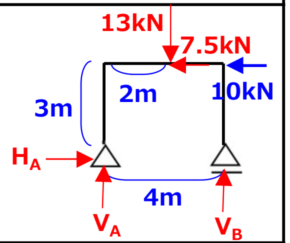
	単純梁	片持ち梁
構造	部材端部がローラーとピンで支持されている梁	部材の片方が固定端で支持されている梁（反対側は自由端）
記号		
反力		
	３つの反力で、３つのつり合い条件式が成立している（静定構造体）	

反力は束縛（固定）方向で発生していることに留意（左表参照）

第３回　反力のモデル化の計算

①梁に集中荷重がかかっている場合の支点の反力の計算方法

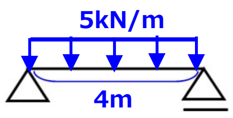
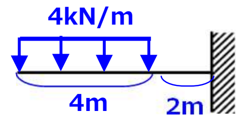
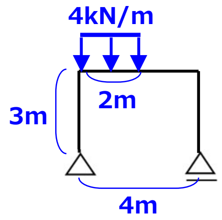
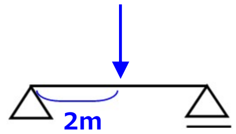
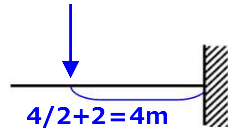
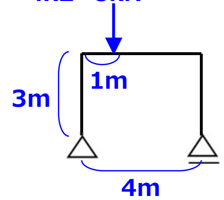
【計算手順】
①斜めになっている荷重を分解する
②支点の反力を仮定する
③つり合い式を３つ作る
④各反力を計算する

	単純梁	片持ち梁	ラーメン構造
問題			
力の分解	$10\times\sin60°=5kN$  $10\times\cos60°=8.66kN$	$20\times\sin60°=10kN$  $20\times\cos60°=17.32kN$	$15\times\sin60°=7.5kN$  $15\times\cos60°=13kN$
反力の仮定			
つり合い式	$\Sigma X=H_A-5.0-2.0=0$ $\Sigma Y=V_A+V_B-8.66=0$ $\Sigma M_A=8.66x2-5V_b=0$ または $\Sigma M_B=5V_A-8.66x3=0$	$\Sigma X=H_A-10-10=0$ $\Sigma Y=V_A-17.32=0$ $\Sigma M_A=M_A-17.32x3=0$	$\Sigma X=H_A-7.5-10=0$ $\Sigma Y=V_A+V_B-13=0$ ΣM_A $=-17.5x3+13x2-4V_b$ $=0$
解答	$H_A=7.0kN$ $V_A=5.2kN$ $V_B=3.46kN$	$H_A=20kN$ $V_A=17.32kN$ $M_A=52kNm$ ※単位の違いに注意！	$H_A=17.5kN$ $V_A=19.6kN$ $V_B=-6.6kN$

②梁に分布荷重がかかっている場合の支点の反力の計算方法

【計算手順】
①分布荷重の面積と重心位置を特定する
②分布荷重を集中荷重に置き換える
③集中荷重の計算方法に従って計算する

（１）等分布荷重の場合

	単純梁	片持ち梁	ラーメン構造
問題			
集中荷重への変換	5x４=20kN 	4x４=16kN 	4x2=8kN 

第４回　応力の種類と任意点での応力算出

応力/構造物の部材内部に生じる力（断面力/内力）

軸方向応力：N	せん断応力：Q	曲げモーメント：M
部材の材軸方向に生じる応力 引張（＋）/圧縮（－）	部材の材軸と垂直の方向に生じる応力 右回り（＋）/左回り（－）	部材の材軸に対して曲げる応力 下曲げ（＋）/上曲げ（－）
引張　（＋）	右回り（＋）	下曲げ（＋）

【応力を求める手順】

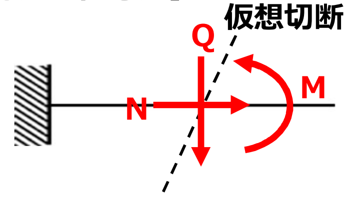
①支点に生じる反力を計算する。

②応力を求めたい点を定め
構造体を仮想切断する。

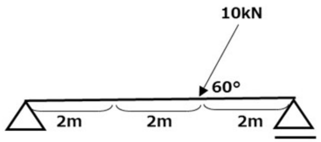
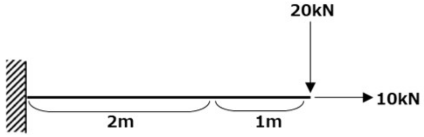
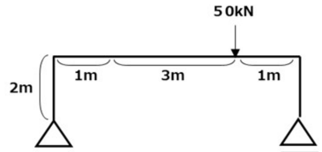
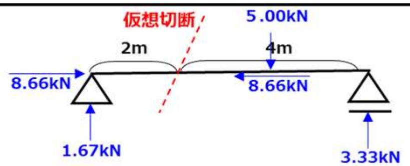
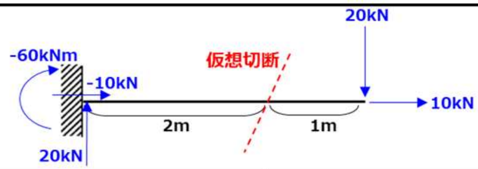
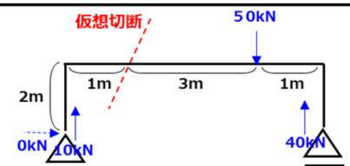
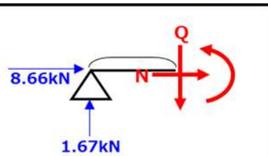
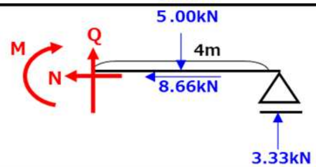
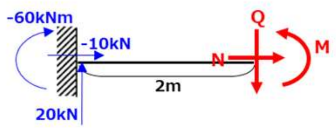
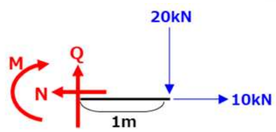
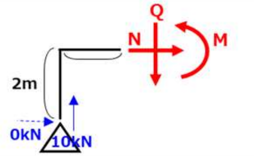
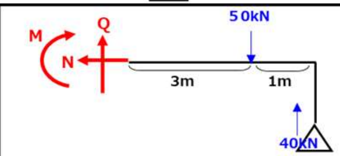
③切断した“左側”ないし“右側”で
つり合い式を立てる。
（外力、反力、応力の全て）

④方程式を解いて応力を求める

【応力の置き方】

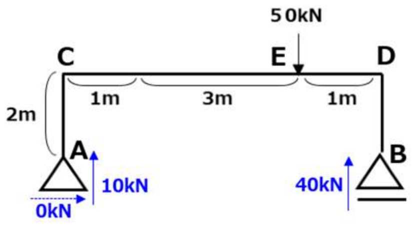
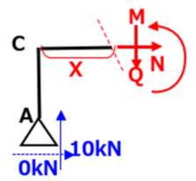


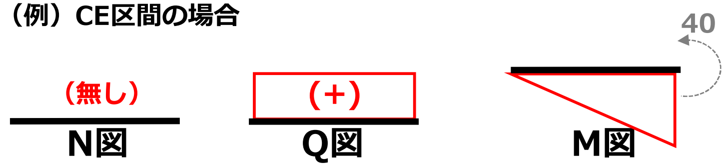
右側が切断面の場合は、
応力は“右”“下”“半時計周り”と覚える

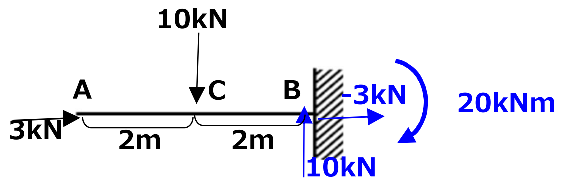
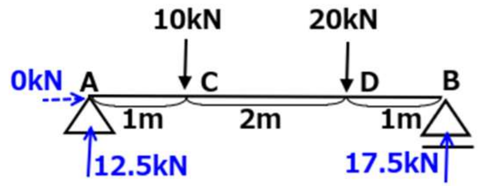
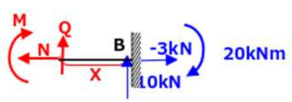
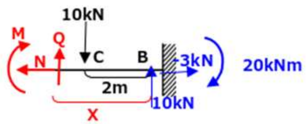
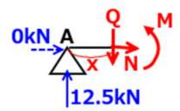
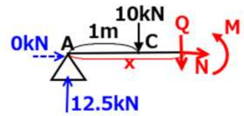
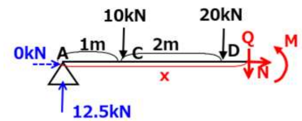
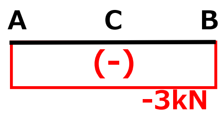
構造	単純梁		片持ち梁		ラーメン構造	
問題						
反力計算						
仮想切断						
つり合い式	Σx ：8.66+N=0 Σy ：1.67-Q=0 ΣM：1.67x2-M=0 ※切断面で計算する	Σx ：-8.66-N=0 Σy ：Q-5+3.33=0 ΣM：5x2-3.33x4+M=0 ※切断面で計算する	Σx ：-10+N=0 Σy ：20-Q=0 ΣM：-60+20x2-M=0 ※切断面で計算する	Σx ：10-N=0 Σy ：-20+Q=0 ΣM：20x1+M=0 ※切断面で計算する	Σx ：0+N=0 Σy ：10-Q=0 ΣM：10x1-M=0 ※切断面で計算する	Σx ：-N=0 Σy ：Q-50+40=0 ΣM：50x3-40x4+M=0 ※切断面で計算する
回答	N=-8.7kN　Q=1.7kN　M=3.3kNm		N=10kN　Q=20kN　M=-20kNm		N=0kN　Q=10kN　M=10kNm	

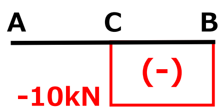
第５回　梁の応力分布（集中荷重の場合）

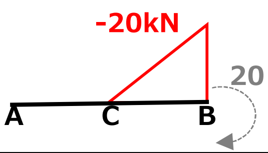
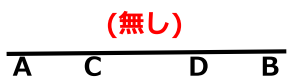
応力図：荷重点や節点を境界とする区間で、３種類の応力（N図/Q図/M図）の分布を表す図

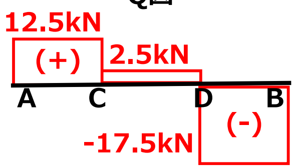
<table>
<tr><th>①反力を求める</th><th>②区分を分ける</th><th>③変数ｘで応力を求める
（一部がxの関数になる）</th><th colspan="2">④応力を図示する
（図示する向き（符号）に注意）</th></tr>
<tr><td rowspan="2">
</td><td rowspan="2">①AC区間
②CE区間
③ED区間
④DB区間</td><td rowspan="2">（例）CE区間の場合


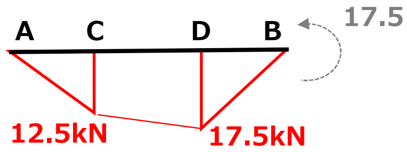
Σx：N＋0＝0
Σy：10-Q＝0
ΣM:10x-M＝0
$M_C(x=0)=0$
$M_E(x=4)=40$</td><td colspan="2">（例）CE区間の場合

</td></tr>
<tr><td>＂＋＂を上に書く</td><td>矢印の根元側を＂＋＂</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>梁の種類</th><th colspan="2">片持ち梁の場合</th><th colspan="3">単純梁の場合</th></tr>
<tr><td>反力を求める</td><td colspan="2">
</td><td colspan="3">
</td></tr>
<tr><td rowspan="2">各区間で
変数ｘで
応力を求める</td><td>B-C区間：0≦x≦2

</td><td>C-A区間：2≦x≦4

</td><td>A-C区間：0≦x≦1

</td><td>C-D区間：1≦x≦3

</td><td>C-B区間：3≦x≦4

</td></tr>
<tr><td>Σx：-N-3＝0　　∴N＝-3
Σy：Q+10＝0　　∴Q＝-10
ΣM:20-10x+M＝0.∴M＝10x-20
$M_B(x=0)=-20$
$M_C(x=2)=0$</td><td>Σx：-N-3＝0　　∴N＝-3
Σy：Q-10+10＝0　　∴Q＝0
ΣM:20-10x+10(x-2)+M＝0
∴M＝0</td><td>Σx：N＝0
Σy：12.5-Q＝0 ∴Q＝12.5
ΣM:12.5x-M＝0.∴M＝12.5x
$M_A(x=0)=0$
$M_C(x=1)=12.5$</td><td>Σx：N＝0
Σy：12.5-10-Q＝0 ∴Q＝2.5
ΣM:12.5x-10(x-1)-M＝0
∴M＝2.5X+10
$M_C(x=1)=12.5$
$M_D(x=3)=17.5$</td><td>Σx：N＝0
Σy：12.5-10-20-Q＝0 ∴Q＝-17.5
ΣM:12.5x-10(x-1)-20(x-3)-M＝0
∴M＝-17.5x+70
$M_D(x=3)=17.5$
$M_B(x=4)=0$</td></tr>
<tr><td>応力を
図示する</td><td colspan="2">N図


Q図


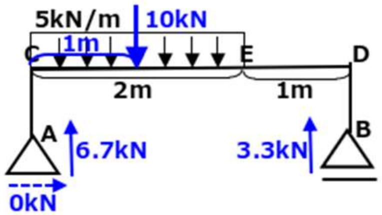
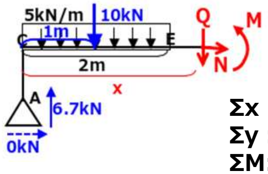
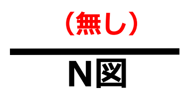
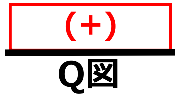
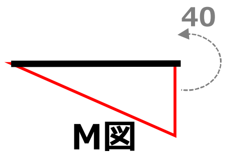
M図

</td><td colspan="3">N図


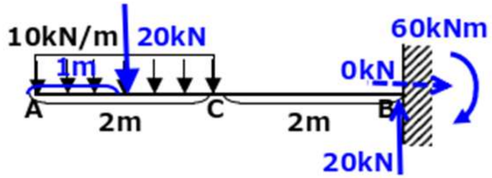
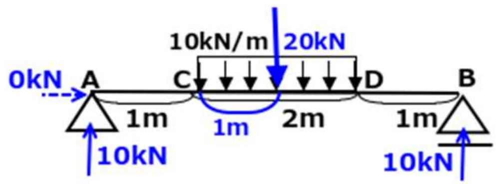
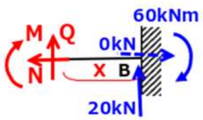
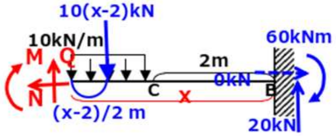
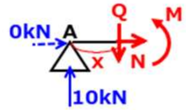
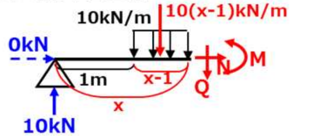
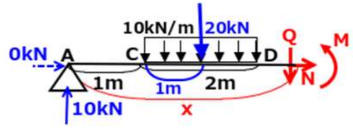
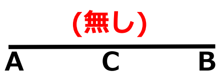
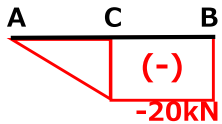
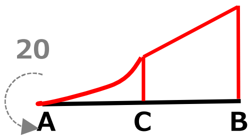
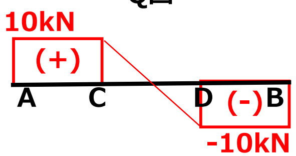
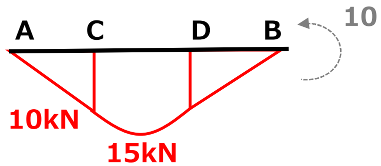
Q図


M図

</td></tr>
</table>

第６回　梁の応力分布（等分散荷重の場合）

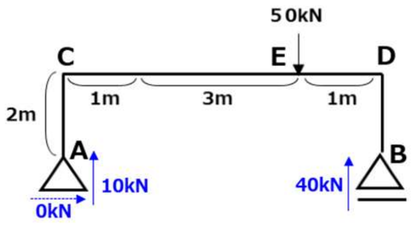
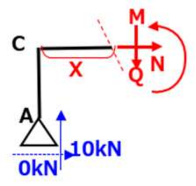
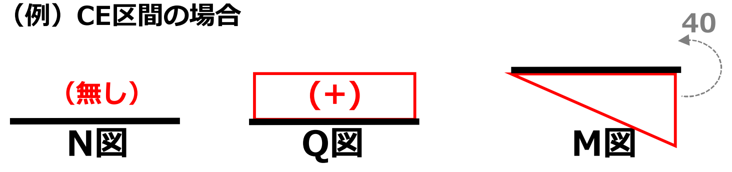
応力図：荷重点や節点を境界とする区間で、３種類の応力（N図/Q図/M図）の分布を表す図

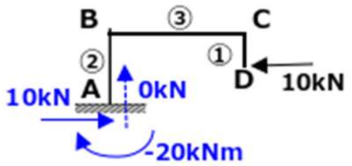
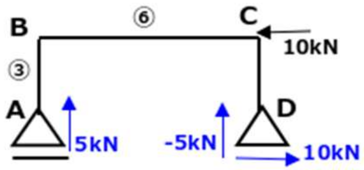
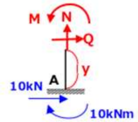
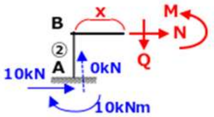
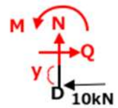
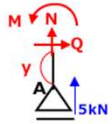
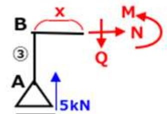
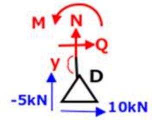
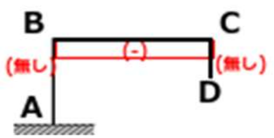
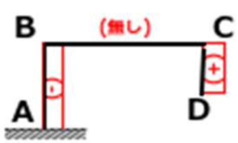
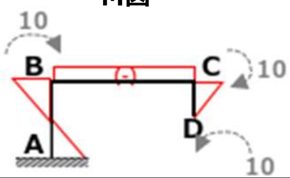
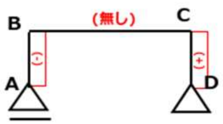
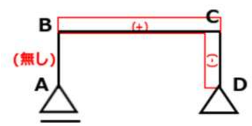
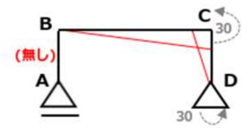
①分散荷重を集中荷重に近似して反力を求める	②区分を分ける	③各個に分散荷重を近似して変数ｘで応力を求める	④応力を図示する（図示する向き（符号）に注意）
	①AC区間 ②CE区間 ③ED区間 ④DB区間	 （例）ED区間の場合 $\Sigma x: N+0=0$ $\Sigma y: 6.7-10-Q=0$ $\Sigma M: 6.7x-10(x-1)-M=0$ $M_E(x=2)=-3.3$ $M_D(x=3)=-13.3$	（例）CE区間の場合    ＂+＂を上に書く 矢印の根元側を＂+＂

梁の種類	片持ち梁の場合		単純梁の場合		
反力を求める					
各区間で変数ｘで応力を求める	B-C区間：$0 \leqq x \leqq 2$  $\Sigma x: -N+0=0 \quad \therefore N=0$ $\Sigma y: Q+20=0 \quad \therefore Q=-20$ $\Sigma M: M-20x+60=0$ $\therefore M=20x-60$ $M_B(x=0)=-60$ $M_C(x=2)=-20$	C-A区間：$2 \leqq x \leqq 4$  $\Sigma x: -N+0=0 \quad \therefore N=0$ $\Sigma y: Q-10(x-2)+20=0 \quad \therefore Q=10x-40$ $\Sigma M: M+10(x-2)(x-2)/2-10(x-2)x=0$ $\therefore M=-5x^2+40x-80$ $M_C(x=2)=-20$ $M_A(x=4)=0$	A-C区間：$0 \leqq x \leqq 1$  $\Sigma x: N=0$ $\Sigma y: 10-Q=0 \therefore Q=10$ $\Sigma M: 10x-M=0 \therefore M=10x$ $M_A(x=0)=0$ $M_C(x=1)=10$	C-D区間：$1 \leqq x \leqq 3$  $\Sigma x: N=0$ $\Sigma y: 10-10(x-1)-Q=0$ $\therefore Q=-10x+20$ $\Sigma M: 10x-10(x-1)(x-1)/2-M=0$ $\therefore M=-5x^2+20x-5$ $M_C(x=1)=10$ $M_?(x=2)=15$ $M_D(x=3)=10$	C-B区間：$3 \leqq x \leqq 4$  $\Sigma x: N=0$ $\Sigma y: 10-20-Q=0 \therefore Q=-10$ $\Sigma M: 10x-20(x-2)-M=0$ $\therefore M=-10x+40$ $M_D(x=3)=10$ $M_C(x=4)=0$
応力を図示する	N図  Q図 	M図 	N図 	Q図 	M図 

第７回　ラーメン構造の応力分布（集中荷重の場合）

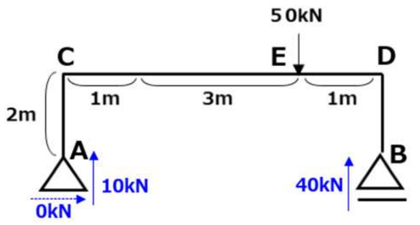
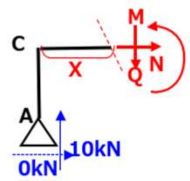
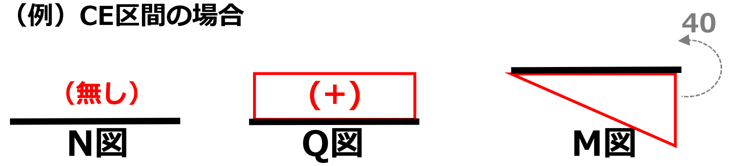
応力図：荷重点や節点を境界とする区間で、３種類の応力（N図/Q図/M図）の分布を表す図

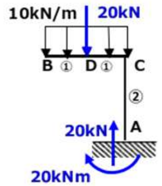
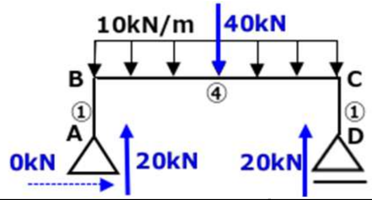
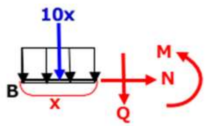
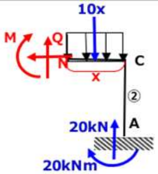
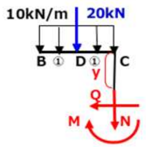
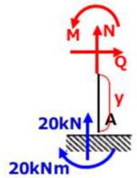
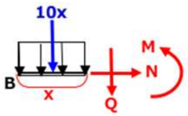
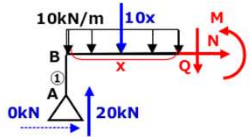
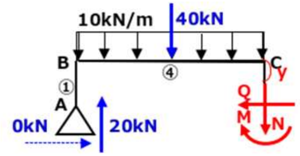
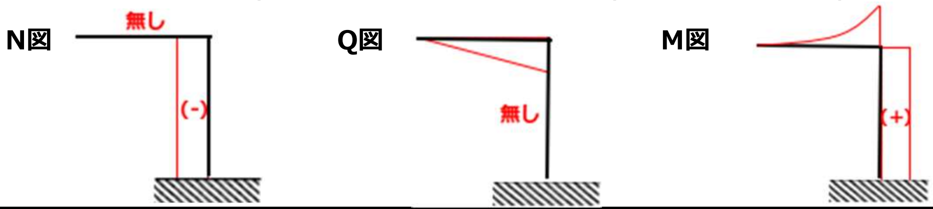
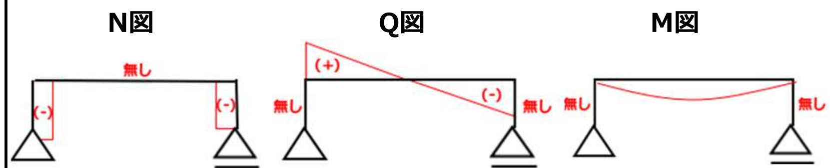
①反力を求める	②区分を分ける	③変数ｘで応力を求める （一部がxの関数になる）	④応力を図示する （図示する向き（符号）に注意）	
	①AC区間 ②CE区間 ③ED区間 ④DB区間	（例）CE区間の場合  $\Sigma x : N+0=0$ $\Sigma y : 10-Q=0$ $\Sigma M : 10x-M=0$ $M_C(x=0)=0$ $M_E(x=4)=40$	（例）CE区間の場合 	
			″+″を外に書く	矢印の根元側を″+″

梁の種類	片持ち梁型の場合			単純梁の場合		
反力を求める						
各区間で 変数ｘで 応力を求める	A-B区間：0≦ｙ≦2 	B-C区間：0≦ｘ≦3 	D-C区間：0≦ｙ≦1 	A-B区間：0≦ｙ≦3 	B-C区間：0≦ｘ≦6 	D-C区間：0≦ｙ≦3 
	$\Sigma x : 10+Q=0$　$\therefore Q=-10$ $\Sigma y : N=0$ $\Sigma M : 10-10y-M=0$ $\therefore M=-10y+10$ $M_A(y=0)=10$ $M_B(y=2)=-10$	$\Sigma x : 10+N=0$　$\therefore N=-10$ $\Sigma y : Q=0$ $\Sigma M : 10-20-M=0$　$\therefore M=-10$ $M_B=-10$ $M_C=-10$	$\Sigma x : -10+Q=0$　$\therefore Q=10$ $\Sigma y : N=0$ $\Sigma M : 10y-M=0$　$\therefore M=10y$ $M_C=10$ $M_D=0$	$\Sigma x : Q=0$ $\Sigma y : N+5=0$　$\therefore N=-5$ $\Sigma M : -M=0$ $M_A=0$ $M_B=0$	$\Sigma x : N=0$ $\Sigma y : -Q+5=0$　$\therefore Q=5$ $\Sigma M : 5x-M=o$　$\therefore M=5x$ $M_B(x=0)=0$ $M_C(x=6)=30$	$\Sigma x : Q+10=0$　$\therefore Q=-10$ $\Sigma y : N-5=0$　$\therefore N=5$ $\Sigma M : -10y-M=0$　$\therefore M=-10y$ $M_C(y=3)=-30$ $M_D(y=0)=0$
応力を 図示する	N図 	Q図 	M図 	N図 	Q図 	M図 

第８回　ラーメン構造の応力分布（等分散荷重の場合）

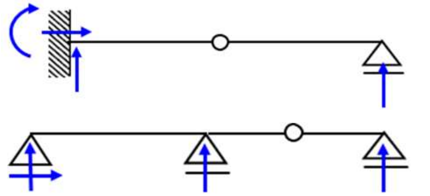
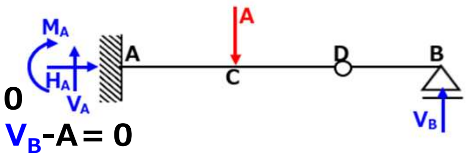
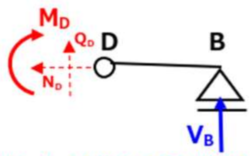
応力図：荷重点や節点を境界とする区間で、３種類の応力（N図/Q図/M図）の分布を表す図

①反力を求める	②区分を分ける	③変数ｘで応力を求める （一部がxの関数になる）	④応力を図示する （図示する向き（符号）に注意）	
	①AC区間 ②CE区間 ③ED区間 ④DB区間	（例）CE区間の場合  Σx：N＋0＝0 Σy：10-Q＝0 ΣM:10x-M＝0 $M_C(x=0)=0$ $M_E(x=4)=40$	（例）CE区間の場合 	
			”＋”を外に書く	矢印の根元側を”＋”

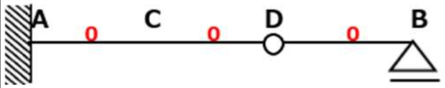
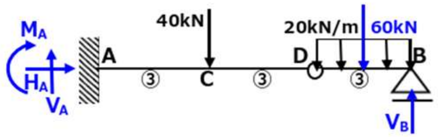
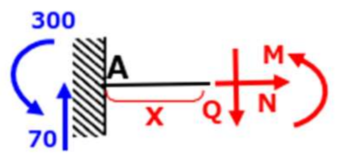
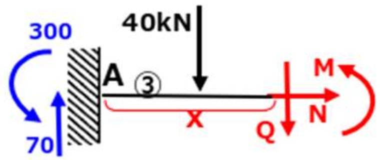
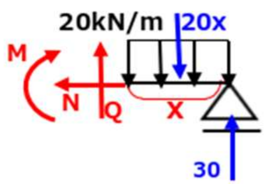
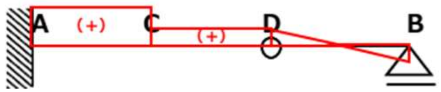
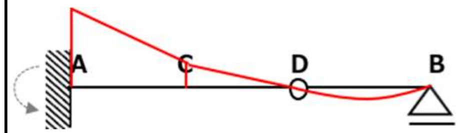
梁の種類	片持ち梁型の場合				単純梁の場合		
反力を求める							
各区間で 変数ｘで 応力を求める	B-C区間：0≦x≦2 		C-A区間：0≦y≦2 		A-B区間 ：0≦ｙ≦1 	B-C区間：0≦ｘ≦4 	C-D区間：0≦ｙ≦1 
	Σx : N=0 Σy : -Q-10x=0 ∴Q=-10x ΣM:-10x × x/2-M=0 ∴M=$-5x^2$ $M_B(x=0)=0$ $M_C(x=2)=-20$	Σx : N=0 Σy : Q-10x+20=0 ∴Q=10x-20 ΣM:10x × x/2-20x+20+M=0 ∴M=$-5x^2$+20x-20 $M_B(x=2)=0$ $M_C(x=0)=-20$	Σx : Q=0 Σy : -N-20=0 ∴N=- 20 ΣM:-20+M=0 ∴M=20	Σx : Q=0 Σy : N+20=0 ∴N=-20 ΣM:20-M=0 ∴M=20	Σx : Q=0 Σy : N+20=0 ∴N=-20 ΣM:M=0	Σx : N=0 Σy : 20-10x-Q=0 ∴Q=-10x+20 ΣM:-10x(x/2)+20x-M=0 ∴M=$-5x^2$+20x $M_B(x=0)=0$ $M_?(x=2)=20$ $M_C(x=4)=0$	Σx : Q=0 Σy : 20-40-N=0 ∴N=-20 ΣM:20x4-40x2+M=0 ∴M=0
応力を 図示する							

第９回　ゲルバー梁（ピン接合を含む梁）の応力分布

連続梁にピン接合を設けたゲルバー梁では、反力が４つあるため、つり合いの３方程式だけでは解けない！

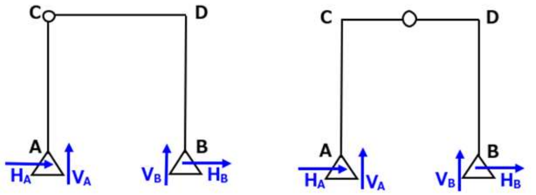
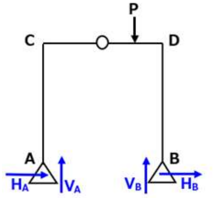
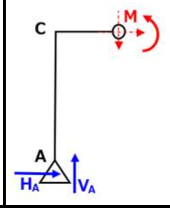
ゲルバー梁の反力	つり合い式	ピン接合（式を一つ足す）	反力計算
	 Σ_X：$H_A=0$ Σ_Y：$V_A+V_B-A=0$ Σ_M：$M_A+Ax-V_By=0$	 Σ_M：$M_D-V_Bx=0$ であり、 $M_D=0$であるから、 V_Bが求められる。（$V_B=0$） ピン接合は”曲がり”が自由 ➡ ピン接合の曲げﾓｰﾒﾝﾄ＝０	$H_A=0$ and $V_B=0$ ➡$V_A=A$ $M_A=-Ax$

【例題】

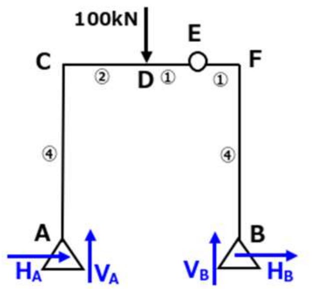
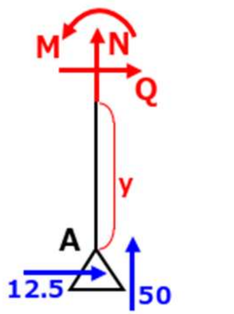
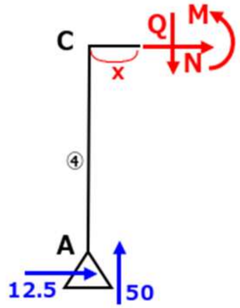
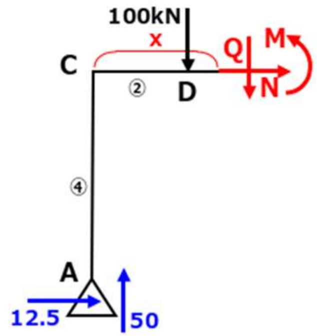
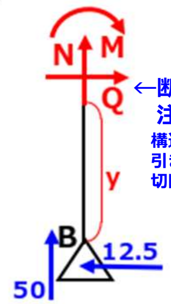
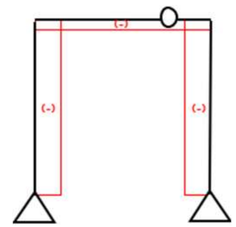
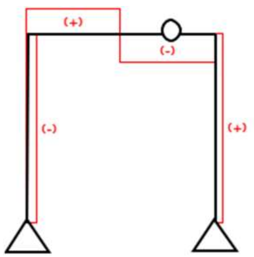
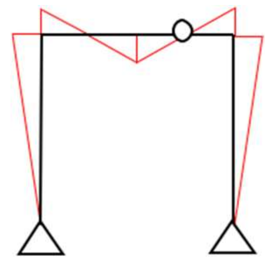
反力の計算	応力の計算			応力図の作成
	AC区間：0≦ｘ≦3	CD区間：3≦ｘ≦6	BD区間	【N図】 
				【Q図】 
Σ_X：$H_A=0$ Σ_Y：$V_A-40-60+V_B=0$ Σ_M：$M_A+40\times3+60\times7.5-V_B\times9=0$ ＋ ΣM_D:$M+60\times1.5-3V_b=0$ ➡$V_b=30$ $H_A=0$ $V_A=70, V_B=30$ $M_A=-300$	Σ_X：N=0 Σ_Y：70-Q＝0 ∴Q=70 Σ_M：-300+70x-M=0 M=70x-300 $M_A(x=0)=-300$ $M_C(x=3)=-90$	Σ_X：N=0 Σ_Y：70-40-Q＝0 ∴Q=30 Σ_M：-300+70x-40(x-3)-M=0 M=30x-180 $M_C(x=3)=-90$ $\underline{M_D(x=6)=0}$ ↑ ピン接合のM＝0を確認	Σ_X：N=0 Σ_Y：Q-20x+30=0 Q=20x-30 $Q_D(x=3)=30$ $Q_B(x=0)=-30$ Σ_M：M+20x(x/2)-30x=0 $M=-10x^2+30x$ $M_D(x=3)=0$ $M_B(x=0)=0$ $\underline{M_?(x=1)=20}$ ↑グラフの向きの参考	【M図】 

第10回　３ヒンジラーメン（ピン接合を含むラーメン構造）の応力分布

連続梁にピン接合を設けたゲルバー梁では、反力が４つあるため、つり合いの３方程式だけでは解けない！

３ヒンジラーメンの反力	つり合い式	ピン接合（式を一つ足す）	反力計算
	$\Sigma_X: H_A+H_B=0$ $\Sigma_Y: V_A+V_B-P=0$ $\Sigma_M: xP-yV_B=0$ 	 $\Sigma_M: -M_D+V_Ax-H_Ay=0$ であり、 $M_D=0$であるから、 $V_Ax-H_Ay=0$ （式を一つ追加） ピン接合は"曲がり"が自由 ➡ ピン接合の曲げﾓｰﾒﾝﾄ＝０	$V_B=x/y\cdot P$ $V_A=(1-x/y)P$ ➡$H_A=x/y(1-x/y)P$ $H_B=x/y(x/y-1)P$

【例題】

反力の計算	応力の計算				応力図の作成
	AC区間：0≦y≦4	CD区間：0≦ｘ≦2	DF区間：2≦ｘ≦4	BF区間：0≦y≦4	
 $\Sigma_X: H_A+H_B=0$ $\Sigma_Y: V_A+V_B-100=0$ $\Sigma_M: 100\times2-4V_B=0$ ＋ $\Sigma M_D: M-1V_B-4H_B=0$ ➡$V_B=-4H_B$ $V_A=50, V_B=50$ $H_A=12.5$ $H_B=-12.5$	 $\Sigma_X: Q+12.5=0$ $\therefore Q=-12.5$ $\Sigma_Y: 50+N=0$ $\therefore N=-50$ $\Sigma_M: -M-12.5y=0$ $M=-12.5y$ $M_A(y=0)=0$ $M_C(y=4)=-50$	 $\Sigma_X: N+12.5=0$ $\therefore N=-12.5$ $\Sigma_Y: 50-Q=0$ $\therefore Q=50$ $\Sigma_M: -12.5x4+50x-M=0$ $M=50x-50$ $M_C(x=0)=-50$ $M_D(x=2)=50$	 $\Sigma_X: N+12.5=0$ $\therefore N=-12.5$ $\Sigma_Y: 50-100-Q=0$ $\therefore Q=-50$ $\Sigma_M: -12.5x4+50x-100(x-2)-M=0$ $M=-50x+150$ $M_D(x=2)=50$ $M_F(x=4)=-50$ $\underline{M_E(x=3)=0}$ ↑ ピン接合のM＝0を確認 ※ピン接合は区間を切らなくれ良い	 ←断面の向きに注意！ 構造をまっすぐに引き延ばしてから切断してみる。 $\Sigma_X: Q-12.5=0$ $\therefore Q=12.5$ $\Sigma_Y: 50+N=0$ $\therefore N=-50$ $\Sigma_M: M+12.5y=0$ $M=-12.5y$ $M_B(y=0)=0$ $M_F(y=4)=-50$	【N図】  【Q図】  【M図】 

第11回　トラス構造と応力の求め方（1）　クレモナ図式解法

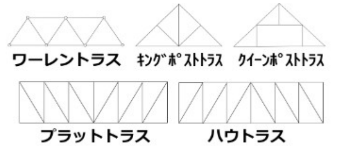
トラス構造の定義

①部材が**三角形状**に組み立てられている
×
②節点が**全てピン結合**

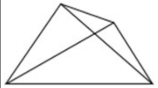
外力は**全て節点に作用**
↓
部材に発生する**応力は軸方向のみ**（Nのみ）

トラス構造の種類

平面トラス

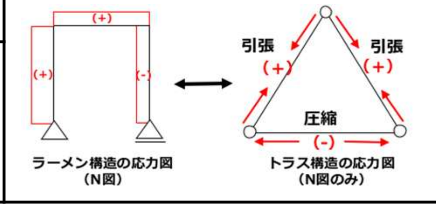


立体トラス



但し、ここでは取り扱わない。

応力の向きと描き方

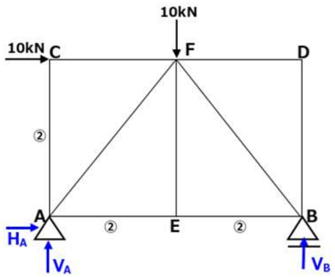


応力計算の解法

応力解法
- 節点法
  - **クレモナ図式解法**
  - 数式解法
- 切断法 ― 数式解法（リッター法）

接点ごとに示力図を描く

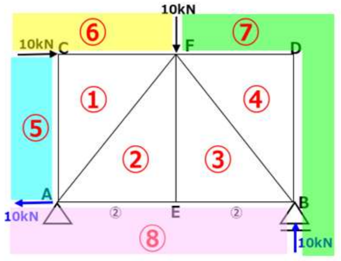
反力を求める



Σx ：$H_A+10=0$
Σy ：$V_A+V_B-10=0$
ΣM : $10\times2+10\times2-4V_B=0$

$\therefore H_A=-10$
$V_B=10$
$V_A=0$

外力/反力/部材で領域を区切る



示力図を描く準備として、未知の応力が少なそうな節点を見つけておく。

➡A,B,E,Fは線が3本あるので未知の応力が3つあってNG。点Cか点D出始めるように辺りをつけておく

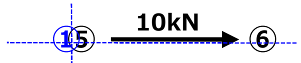
示力図：境界にある力の向きと大きさをそのままに、領域番号をつないだ図。力が釣り合っていれば元に戻る（一周する）

未知の応力が２つ以下の節点から始める

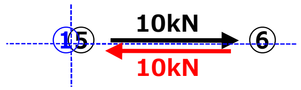
点Cに着目すると、存在する領域は、①、⑤、⑥。
⑤⑥間には10kNの外力が存在。
①⑤間は材ACの応力が存在し、①⑥間は材CDの応力が存在するが、二つの応力は未知。

（1）既知の力で描き始め、未知の応力は、向きだけ確定させ、点線を引く。

（2）点線の交点に、未知の①があるはず。



（3）未知の応力を図示し、その大きさと向きを確定させる。



AC間の応力＝0
CF間の応力は圧縮で-10kN

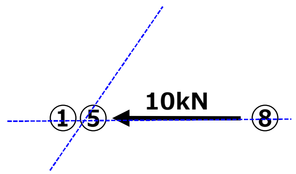
※⑤→⑥→①→⑤で力の矢印が一周！

順番に応力を計算していく

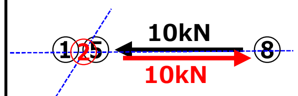
AC間の応力が分かったので、点Aの未知の応力は2か所に。

存在する領域は①、②、⑧、⑤
⑤①間は、応力＝0
⑤⑧間は、反力＝10kN
①②間と②⑧間の応力が未知。

（1）既知の力で描き始め、未知の応力は、向きだけ確定させ、点線を引く。点線の交点に未知の②があるはず。



（3）未知の応力を図示し、その大きさと向きを確定させる。

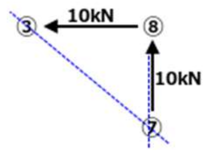


AF間の応力＝0
AE間の応力は引張で10kN

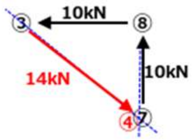
順番に解けばBE間の応力も分かり、点Bでの未知の応力も２か所に。

存在する領域は③、④、⑦、⑧
③⑧間は、応力＝10kN
⑦⑧間は、反力＝10kN
③④間と④⑦間の応力が未知。

（1）既知の力で描き始め、未知の応力は、向きだけ確定させ、点線を引く。点線の交点に未知の④があるはず。

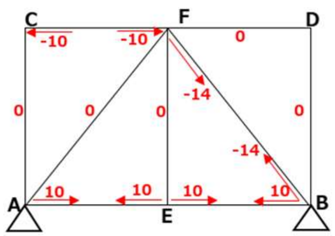


（3）未知の応力を図示し、その大きさと向きを確定させる。



BD間の応力＝0
FB間の応力は圧縮で-14kN

応力図を完成させる



第12回　トラス構造と応力の求め方（２）　節点法による数式解法

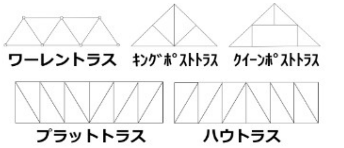
トラス構造の定義

①部材が**三角形状**に組み立てられている
×
②節点が**全てピン結合**

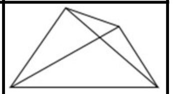
外力は**全て節点に作用**
↓
部材に発生する**応力は軸方向のみ**（Nのみ）

トラス構造の種類

平面トラス

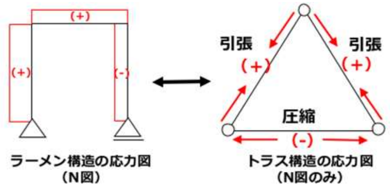


立体トラス



但し、ここでは取り扱わない。

応力の向きと描き方

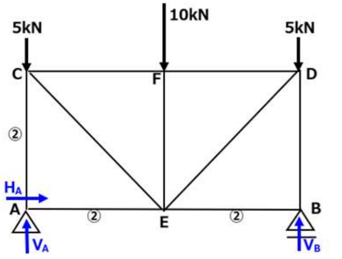


応力計算の解法

応力解法
- 節点法
  - クレモナ図式解法
  - **数式解法**
- 切断法 —— 数式解法（リッター法）

接点ごとに応力を仮定して、x方向/y方向のつり合い方程式を解く

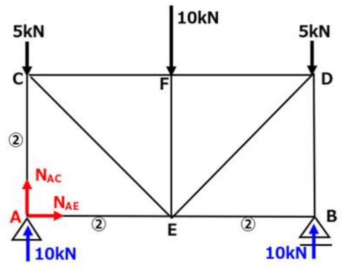
反力を求める



Σx ：$H_A=0$
Σy ：$V_A+V_B-20=0$
ΣM：$10x2+5x4-4V_B=0$

$\therefore H_A=0$
$V_B=10$
$V_A=10$

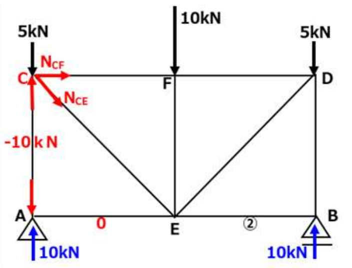
未知の応力が２つ以下の節点から始める



最初に点Aに着目すると、
既知の力はV_A=10kNのみ。
AC間の応力をN_{AC}、
AE間の応力をN_{AE}とおいて
つり合いの式を作成すると、

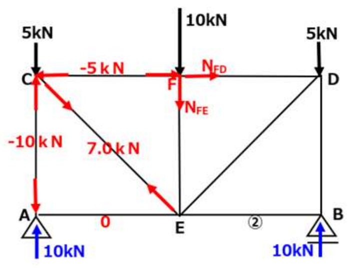
Σx ：$N_{AE}=0$
Σy ：$N_{AC}+10=0$
$\therefore N_{AC}=-10$

順番に応力を計算していく



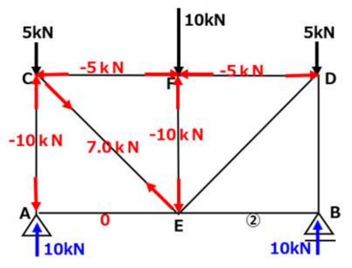
次に点Cに着目すると、
既知の力は外力=5kNと
AC間の応力=-10kNの２つ。
CF間の応力をN_{CF}とおき、
CE間の応力をN_{CE}とおいて
つり合いの式を作成すると、

Σx ：$N_{CF}+0.71N_{CE}=0$
Σy ：$10-5-0.71N_{CE}=0$
$\therefore N_{CE}=7.0$、$N_{CF}=-5$



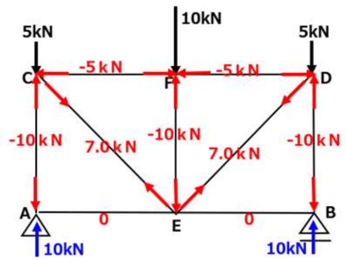
次に点Fに着目すると、
既知の力は外力=10kNと
CF間の応力=-5kNの２つ。
FD間の応力をN_{FD}とおき、
FE間の応力をN_{FE}とおいて
つり合いの式を作成すると、

Σx ：$N_{FD}+5=0$
Σy ：$-10-N_{FE}=0$
$\therefore N_{FD}=-5$、$N_{FE}=-10$



このまま計算を続けてもいいが、
このトラス構造が、外力も含め、
辺EFを軸にした対称形であり、
左右の応力も対称となることに
気づけば、他の応力値は自明。

応力図を完成させる



第13回　トラス構造と応力の求め方（3）　切断法による数式解法

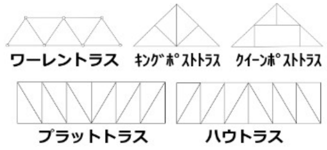
トラス構造の定義

①部材が三角形状に組み立てられている
×
②節点が全てピン結合

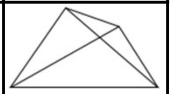
外力は全て節点に作用
↓
部材に発生する応力は軸方向のみ（Nのみ）

トラス構造の種類

平面トラス

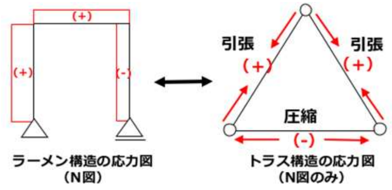


立体トラス



但し、ここでは取り扱わない。

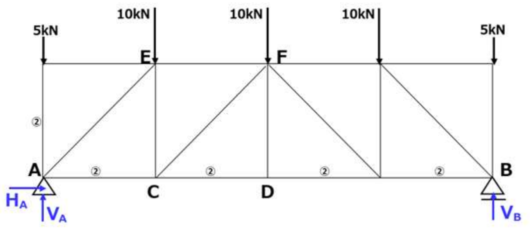
応力の向きと描き方



応力計算の解法

応力解法
- 節点法
  - クレモナ図式解法
  - 数式解法
- 切断法 — 数式解法（リッター法）

反力を求める

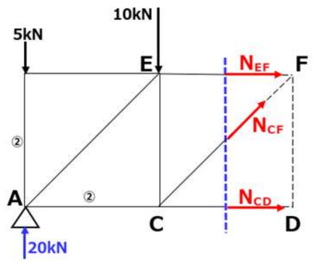


Σx ：$H_A=0$
Σy ：$V_A+V_B-40=0$
ΣM：$20+40+60+40-8V_B=0$

$\therefore H_A=0$
$V_B=20$
$V_A=20$

接点ごとに応力を仮定して、x方向/y方向のつり合い方程式を解く

未知の応力が３つ以下になるように構造体を仮想切断する。



任意の場所（応力を知りたい場所）で、未知の応力が３つ以下になるように、構造を仮想切断し、未知の応力を仮定する。

任意点でΣM＝0を計算し未知の応力を求める。

ΣMを計算するときに、未知の応力が一つに絞られる節点を探して計算する。

（1）節点C
ΣM：$40-10+2N_{EF}=0$
$N_{EF}=-15$

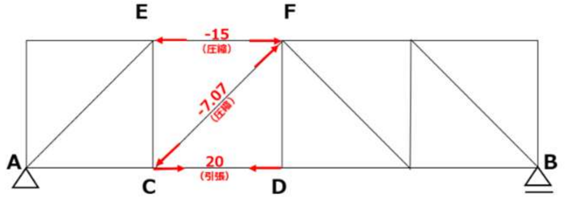
（2）節点F
ΣM：$80-20-20-2N_{CD}=0$
$N_{CD}=20$

▼

未知の応力が１つになったので残りのN_{CF}を計算する。

（3）節点E
ΣM：$40-10-2N_{CD}-1.4N_{CF}=0$
$30-40-1.4N_{CF}=0$
$N_{CF}=-7.07$

応力図を完成させる



節点法のように、端から順に求める必要がなく、未知の応力が３つ以内なら、いきなり目的の位置の応力が計算できる！

第14回　断面１次モーメントと図心

①関数にできる簡単な断面図の場合

断面一次モーメント(理論)

〈定義〉

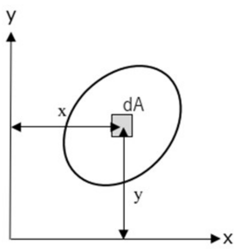
x軸周りの断面一次ﾓｰﾒﾝﾄ

$$S_x = \int_A y\, dA$$

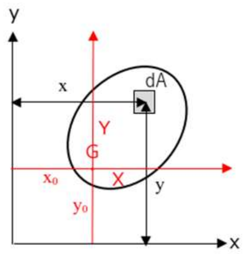
y軸周りの断面一次ﾓｰﾒﾝﾄ

$$S_y = \int_A x\, dA$$

x軸とｙ軸は独立に考える。



図心：断面一次ﾓｰﾒﾝﾄ＝０となる



図心を通る新しい数直線を設け、

$$S_x = \int_A Y\, dA = \int_A (y - y_0)\, dA$$
$$= \int_A y\, dA - y_0 \int_A dA$$
$$= S_x - Y_0 A$$

図心の断面一次ﾓｰﾒﾝﾄはゼロなので、

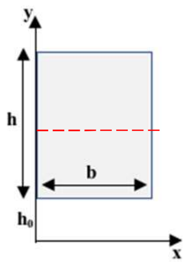
$$S_x - y_0 A = 0 \Leftrightarrow y_0 = S_x / A$$

同様に

$$S_y - x_0 A = 0 \Leftrightarrow x_0 = S_y / A$$

一次ﾓｰﾒﾝﾄを断面積で割れば、図心の位置がわかる

(例題)



<理論的解法>

$S_x = \int_A y\, dA$　かつ dA=b dy

$S_x = \int_{h}^{h+ho} by\, dy$

$= b/2\ [y^2]_h^{h+ho}$

$= b/2((h+ho)^2 - h^2)$

$= bh/2(2h_o + h)$

$y_0 = S_x / A$

$= (bh/2(2h_o + h))\ /\ bh$

$= h_o + h/2$

対象断面の場合、
その対称軸（真ん中の線）が図心軸となる
※実は計算しなくてもよい。

②関数にできない複雑な断面図の場合

断面一次モーメント

〈定義〉
断面積がいくつかの断面積の集合体と捉え
断面一次ﾓｰﾒﾝﾄを、それぞれの断面積の
"面積"と"図心の距離"の積の総和と考える。

x軸周りの断面一次ﾓｰﾒﾝﾄ　y軸周りの断面一次ﾓｰﾒﾝﾄ

$$S_x = \Sigma\, \overline{y_n}\, A_n \qquad S_y = \Sigma\, \overline{x_n}\, A_n$$

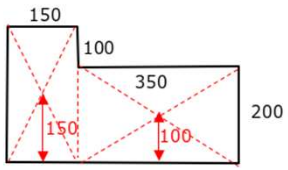
図心：断面一次ﾓｰﾒﾝﾄ＝０となる

上の関係式を応用して、いくつかの断面積の
集合体である複雑な構造の図心の位置を求める。

$$\overline{y} = S_x / \Sigma A_n = \Sigma y_n\, A_n / \Sigma A_n$$

$$\overline{x} = S_y / \Sigma A_n = \Sigma x_n\, A_n / \Sigma A_n$$

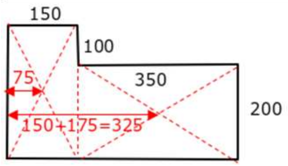
(例題)



①x軸周りの断面一次ﾓｰﾒﾝﾄを求める。

$S_x = \underbrace{150 \times (150 \times 300)}_{\text{左の箱の図心距離と面積}} + \underbrace{100 \times (200 \times 350)}_{\text{右の箱の図心距離と面積}}$

$= 1.38 \times 10^7$㎜^{3}



②y軸周りの断面一次ﾓｰﾒﾝﾄを求める。

$S_y = \underbrace{75 \times (150 \times 300)}_{\text{左の箱の図心距離と面積}} + \underbrace{325 \times (200 \times 350)}_{\text{右の箱の図心距離と面積}}$

$= 2.61 \times 10^7$㎜^{3}

③断面積の合計とそれぞれの断面一次ﾓｰﾒﾝﾄから
　複雑な断面図の図心を特定する。

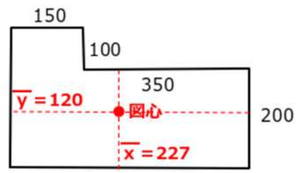
$\Sigma A_n = 150 \times 300 + 350 \times 200$

$= 1.15 \times 10^5$㎜^{2}

よって

$\overline{y} = S_x / \Sigma A_n = 120$

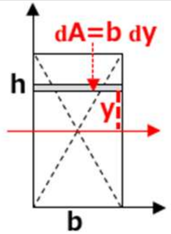
$\overline{x} = S_y / \Sigma A_n = 227$



第15回　断面２次モーメント

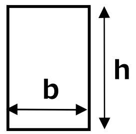
★公式

図心軸に対する断面二次ﾓｰﾒﾝﾄ



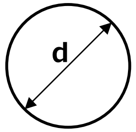
$$I_X=\int_A y^2dA$$
$$=\int_{-h/2}^{h/2} y^2b\,dy$$
$$=b/3[y^3]_{-h/2}^{h/2}$$
$$=b/3[(h/2)^3-(-h/2)^3]$$
$$=bh^3/12$$

【長方形】



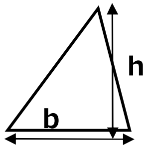
$I_X=bh^3/12$
$I_y=b^3h/12$

【円形】



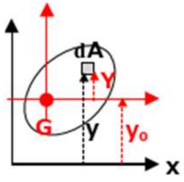
$I_X=\square d^4/64$

【三角形】



$I_X=bh^3/36$

任意のｘ軸での断面二次ﾓｰﾒﾝﾄ



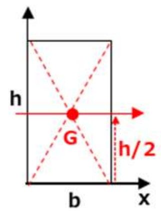
$$I_x=\int_A y^2dA=\int_A (Y+y_0)^2dA$$
$$=\int_A Y^2dA+2y_0\int_A YdA+y_0{}^2\int_A dA$$

$\int_A YdA=0$（図心の断面一次ﾓｰﾒﾝﾄ＝０）で

$\int_A dA$は面積の単純積分で$\int_A dA=A$なので

$$I_x=\int_A Y^2dA+y_0{}^2A=I_X+y_0{}^2A$$

【長方形】



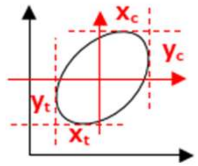
$I_x=I_X+y_0{}^2A$
$=\underline{bh^3/12}+\underline{(h/2)^2bh}$
$=bh^3/12+bh^3/4$
$=bh^3/3$

同様に

$I_x=b^3h/3$

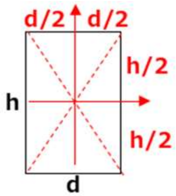
断面係数

図心の断面二次ﾓｰﾒﾝﾄを
断面の最外縁までの距離で割った数値



$Z_{xc}=I_x/y_c$
$Z_{xt}=I_x/y_t$
$Z_{yc}=I_y/x_c$
$Z_{yt}=I_y/x_t$

【長方形】



$Z_{xc}=Z_{xt}=I_x/y_t$

$=(bh^3/12)/(h/2)$
$=bh^2/6$

同様に

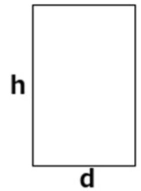
$Z_{yc}=Z_{yt}=b^2h/6$

断面二次半径

図心の断面二次ﾓｰﾒﾝﾄを面積で割り
0.5乗（平方根）した数値

$i_x=\sqrt{I_x/A}$
$i_y=\sqrt{I_y/A}$

【長方形】



$i_x=\sqrt{I_x/A}$
$=\sqrt{(bh^3/12)/(bh)}$
$=\sqrt{h^2/12}$
$=h/\sqrt{12}$

同様に、$i_y=d/\sqrt{12}$

②関数にできない複雑な断面図の場合（断面一次ﾓｰﾒﾝﾄとやり方は同じ）

断面一次モーメントから図心軸の位置を求める

断面一次ﾓｰﾒﾝﾄ

$$S_x=\Sigma\,\overline{y_n}\,A_n$$
$$S_y=\Sigma\,\overline{x_n}\,A_n$$

図心軸との距離

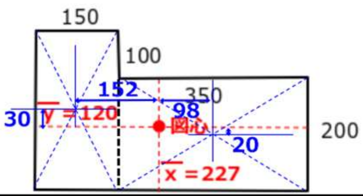
$$\overline{y}=S_x/\Sigma A_n$$
$$\overline{x}=S_y/\Sigma A_n$$

分割して断面二次ﾓｰﾒﾝﾄを計算し、積算する。

〈定義〉
断面積がいくつかの断面積の集合体と捉え、公式から求めたそれぞれ断面二次ﾓｰﾒﾝﾄを積算する。
但し全体の図心軸と分割した断面積は異なっている可能性が高い。よって全体の図心軸の位置を確定させ、$I_x=I_X+y_0{}^2A$の式を組み合わせて計算する。そのため、まず図心軸のずれ（距離）を確定させる。

(例題)

①断面一次ﾓｰﾒﾝﾄから
図心軸の位置を求める。
分割した断面図の
図心軸とのずれを求める。



②断面二次ﾓｰﾒﾝﾄを求める。

$I_x=I_{X左}+y_{0左}{}^2A_{左}+I_{X右}+y_{0右}{}^2A_{右}$
$=150\times300^3/12+30^2\times150\times300$
$+350\times200^3/12+20^2\times350\times200$
$=6.39\times10^8$㎜^{4}

$I_y=I_{Y左}+y_{0左}{}^2A_{左}+I_{Y右}+y_{0右}{}^2A_{右}$
$=300\times150^3/12+152^2\times150\times300$
$+200\times350^3/12+98^2\times350\times200$
$=2.51\times10^9$㎜^{4}

③断面係数と断面二次半径を求める。

$Z_{xc}=I_x/y_c=6.39\times10^8/180=3.55\times10^6$
$Z_{xt}=I_x/y_t=6.39\times10^8/120=5.33\times10^6$
$Z_{yc}=I_y/x_c=2.51\times10^9/273=9.19\times10^6$
$Z_{yt}=I_y/x_t=2.51\times10^9/227=1.11\times10^7$

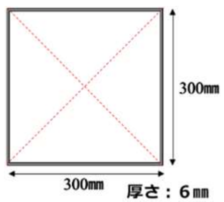
$i_x=\sqrt{I_x/A}=\sqrt{(6.39\times10^8)/(1.15\times10^5)}$
$=\sqrt{5370}=74.6$

$i_y=\sqrt{I_y/A}=\sqrt{(2.51\times10^9)/(1.15\times10^5)}$
$=\sqrt{21800}=147.7$

※引き算してもよい

外枠の四角から内腔の四角を引く。
また全体も外枠も内腔も図心位置は同じなので、$y_o=0$

〈角型鋼管〉

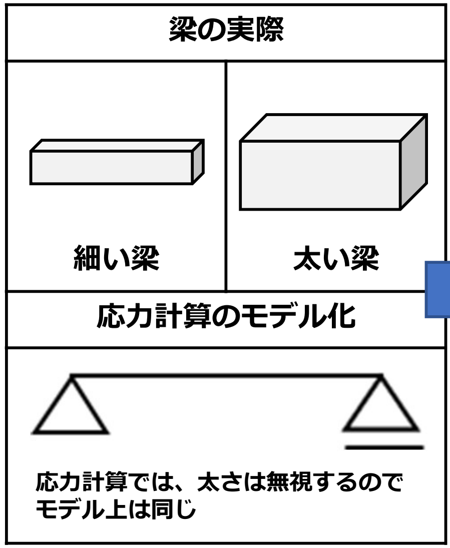


$I_x=I_y=300\times300^3/12-288\times288^3/12$
$=1.02\times10^8$㎜^{4}

$Z_{xc}=Z_{xt}=Z_{yc}=Z_{yt}$
$=1.02\times10^8/150=6.8\times10^5$㎜^{3}

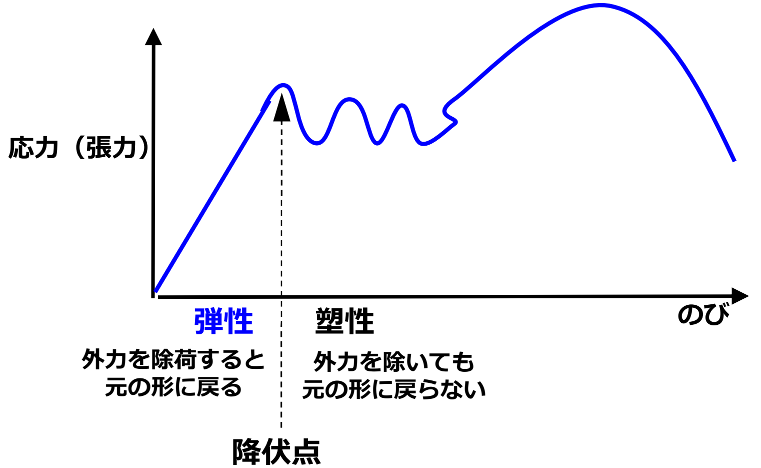
$i_x=i_y=\sqrt{I_y/A}$
$=\sqrt{(1.02\times10^8)/(300^2-288^2)}$
$=\sqrt{14456}=120$

第16回　応力度/ひずみ度とフックの法則



	応力度	ひずみ度	ポアソン比
垂直方向	断面積：A 垂直応力：N 断面積：A 垂直応力度 $\sigma = N/A$ (シグマ)	元の長さ L 伸び ⊿L 垂直ひずみ度 $\varepsilon = ⊿L/L$ (イプシロン)	梁に引っ張り応力がかかって 力がかかった方向に伸び、 力がかかっていない方向に縮んだ時 変形した太さ D+⊿D 元の太さ：D 元の長さ：L 変形した長さ：L+⊿L
せん断方向	断面積：A せん断応力：Q 断面積：A せん断応力度 $\tau = Q/A$ (タウ)	変形：⊿D 元の太さ：D せん断ひずみ度 $\gamma = ⊿D/D$ (ガンマ)	ポアソン比 $\nu = \gamma/\varepsilon = \dfrac{⊿D/D}{⊿L/L}$ (ニュー)

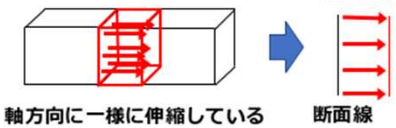
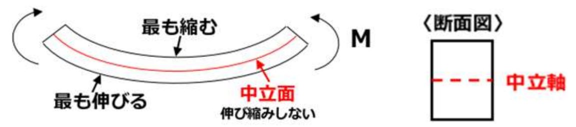
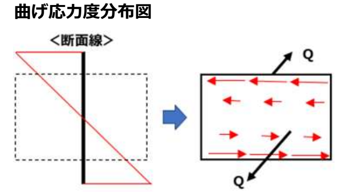
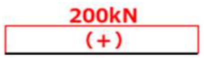
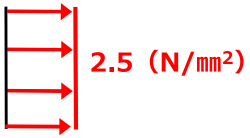
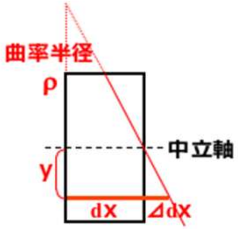
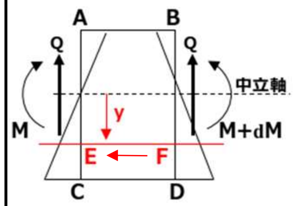
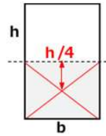
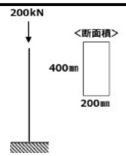
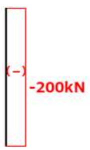
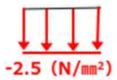
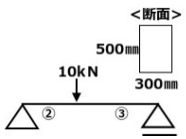
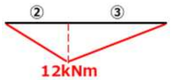
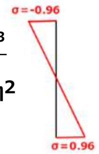
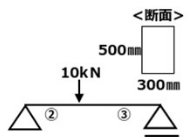
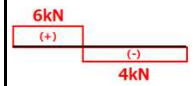
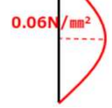
実際に引張試験を行うと・・・



構造材は、壊れてしまっては意味がないので
ここでは、弾性領域（降伏点までの範囲）のみを取り扱う。

垂直方向	応力度 σ / ひずみ度 ε ヤング係数：E $\sigma = E \times \varepsilon$ フックの法則	測定装置（ex:テンシロン）で フックの法則から 係数：Eを実測して （係数：Eは素材でほぼ固有）
せん断方向	応力度 τ / ひずみ度 γ せん断弾性係数：G $\tau = G \times \gamma$	係数：$G = \dfrac{E}{2(1+\nu)}$ ν：ポアソン比

第17回　軸方向応力度（圧縮・引張）/曲げ応力度/せん断応力度

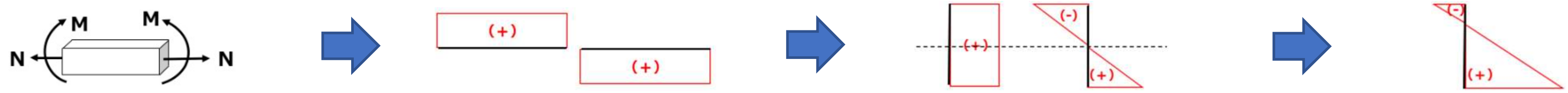
応力の方向	軸方向応力度	曲げ応力度	せん断応力度
フックの法則	σ＝E × ε (材軸に垂直な断面)		τ＝G × γ (材軸に平行な断面)
イメージ		 〈平面保持の仮定〉 材軸に垂直の断面は、曲げモーメントを受けて 曲がった後も材軸に垂直な平面を保つ	曲げﾓｰﾒﾝﾄに変化があると、せん断応力が発生する。  $Q=dM/dx$
公式の導出	設問：応力度分布図  ①N図（軸応力分布図）を描く（第4回～第13回）  ②垂直応力度σを求める。 σ＝N/A（第16回） =$200\times10^3/(200\times400)=2.5$ N/㎟ ③軸方向応力度分布図を描く 	 フックの法則より σ＝E×ε＝E×⊿dx/dx 三角形の相似の関係から ⊿dx/y=dx/ρ ⇔ ⊿dx/dx=y/ρ よってσ=Ey/ρ 中立軸周りの曲げモーメントは M＝∫Ny＝∫yσdA(∵σ＝N/dA) ＝∫E/ρ×y²dA(∵σ=Ey/ρ) ＝E/ρ∫y²dA I=∫y²dA(断面二次ﾓｰﾒﾝﾄ)なので、 M＝I×E/ρ σ=Ey/ρ ⇔ E/ρ=σ/yより M=I×σ/y ⇔σ＝M/I×y　（曲げﾓｰﾒﾝﾄ / 断面二次ﾓｰﾒﾝﾄ） 実務的には曲げ応力度の最大値を検討するので y=y_t or y_c σ=M/I× y_t ⇔σ=M/(I/ y_t) ⇔σ=M/ Z_t (曲げﾓｰﾒﾝﾄ/断面係数)	 中立軸からの距離yから 外の部分：EFDCの、 応力の釣り合いを考える。 ●曲げ応力：曲げ応力度×面積 EC面：∫σdA=M/I∫ydA FD面：∫σ'dA=(M+dM)/I∫ydA ●せん断応力：せん断応力度×面積 FE面：τ×bdx M/I∫ydA - (M+dM)/I∫ydA + τ×bdx = 0 ⇔ τ=(dM/dx)(∫ydA)/(bxI) =QS/bI　(断面一次ﾓｰﾒﾝﾄ/断面二次ﾓｰﾒﾝﾄ) 但しy=yt(細縁)なら、四角EFDCの面積＝0なので、S＝0、τ=0 y=0(中立軸)なら、四角EFDCの面積＝最大なので、τ=最大になる。 ●長方形の最大応力度 τ_{max} は  I=bh³/12 S=b(h/2)(h/4) =bh²/8 $\tau_{max}=3/2(Q/A)=3/2\tau_{ave}$ ●円形の最大応力度 τ_{max} は $\tau_{max}=4/3\tau_{ave}$
例題	 問：応力度分布図を描く ①N図を描く  ②σを計算 σ＝N/A $=\dfrac{-200\times10^3}{200\times400}$ =-2.5N/㎟ ③分布図 	 問：最大荷重点の応力度分布図を描く ①M図（第5回）  ②I_xとZ_tを計算 $I_x=bh^3/12$ $=300\times500^3/12$ $=3.13\times10^9$ $Z_{xt}=bh^2/6$ $=300\times500^2/6$ $=1.25\times10^7$ ③σを計算 $\sigma=M/Z_t$ $=\dfrac{12\times10^3\times10^3}{1.25\times10^7}$ =0.96N/㎟ ④分布図 	 問：最大応力の応力度分布図を描く ①Q図（第5回）  最大せん断応力 Q_{max}=6kN ②τ_{max}を計算 $\tau_{max}=3/2\tau_{ave}$ $=3/2\times Q_{max}/A$ $=3/2\times6\times10^3/(300\times500)$ =0.06N/㎟ ③分布図 

第18回　軸方向応力度（圧縮・引張）と曲げ応力度の複合

直線部材が、軸方向と曲げﾓｰﾒﾝﾄを同時に受けるとき、両方とも材軸の垂直断面で発生する応力度なので、重ね合わせることができる。

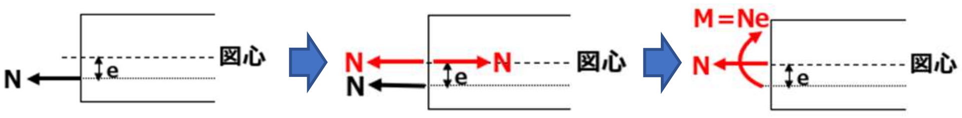
イメージ

<応力のかかり方>　< N図 / M図 >　<応力度分布図>　<合算>



公式の導出

<引張が図心からずれた位置でかかっている場合>



このままでは計算できないので　力を二つ足して、偶力を作り　偶力をﾓｰﾒﾝﾄに変換する。

発生応力度を単純に足し合わせる。

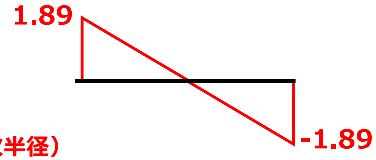
$\sigma = N/A + M/I \times y$

$= N/A + Ne/I \times y$

$= (1 + ey/(\underline{I/A}))N/A$

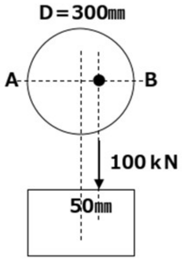
$= (1 + ey/i^2)\ N/A$ （断面二次半径）

最外縁の上端A/下端Bで考える。



例題

公式を使う場合



問：応力度分布図を描く

実際は圧縮応力だが、マイナスの引張応力と見立てて

A点($y=y_c$)は圧縮側なので

$\sigma_A = (1 - ey_c/i^2)N/A$

B点($y=y_t$)は引張側なので

$\sigma_A = (1 + ey_t/i^2)N/A$

$N = -1.00 \times 10^5$ N

$A = 3.14 \times 150^2 = 7.07 \times 10^4$ ㎜^{2}

$ey_c = ey_t = 50 \times 150 = 7.50 \times 10^3$

$i^2 = I/A = (\pi d^4/64)/A$

$= (3.14 \times 300^4/64)/(3.14 \times 150^2)$

$= 300^4/(64 \times 150^2)$

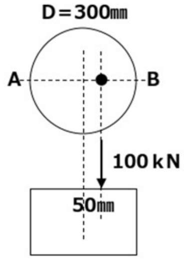
$= 5.63 \times 10^3$

よって、

$\sigma_A = (1 - 7.50 \times 10^3/5.63 \times 10^3) \times (-1.00 \times 10^5)/(7.07 \times 10^4) = 0.470$

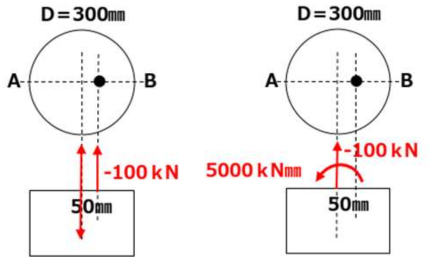
$\sigma_B = (1 + 7.50 \times 10^3/5.63 \times 10^3) \times (-1.00 \times 10^5)/(7.07 \times 10^4) = -3.30$

分解して計算する場合



問：応力度分布図を描く

まずは図を変換して
個別に考える準備をする。



①軸方向応力分布図

$\sigma_c = N/A$

$= (-100 \times 10^3)/(3.14 * 150^2)$

$= -1.41$ N/㎜^{2}

②曲げﾓｰﾒﾝﾄ応力分布図

$\sigma_b = \pm M/Z$

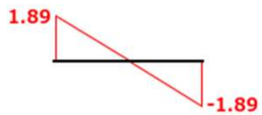
$= \pm M/(I/y)$

$= \pm M/((\pi d^4/64)/(d/2))$

$= \pm M/(\pi d^3/32)$

$= \pm 5.00 \times 10^6/(3.14 \times 300^3/32)$

$= \pm 1.89$ N/㎜^{2}



③合算

単純に足せばいいので

$\sigma_A = -1.41 + 1.89 = 0.48$

$\sigma_B = -1.41 - 1.89 = -3.30$

第19回　許容応力度設計法

仮定断面の設計

長期荷重の計算
固定荷重
積載荷重

→ **部材応力の計算**
曲げモーメント
せん断応力
軸方向応力

→ **断面応力度の計算**
曲げ応力度の最大値
せん断応力度の最大値
軸方向応力度の最大値

⇔ 比較

No !

Yes !

短期荷重の計算
固定荷重
積載荷重

→ **部材応力の計算**
曲げモーメント
せん断応力
軸方向応力

→ **断面応力度の計算**
曲げ応力度の最大値
せん断応力度の最大値
軸方向応力度の最大値

⇔ 比較

Yes !

構造設計の完了

長期荷重（固定荷重＋積載荷重）の許容応力度

		圧縮	引張	曲げ	せん断
木材	ヒノキ等	1.1/3.0 x F			
	スギ等				
鋼材	構造用	F/1.5			F/(1.5√3)
ｺﾝｸﾘｰﾄ	普通	F/3	F/30	−	F/30

短期荷重（長期荷重＋非常時荷重）の許容応力度

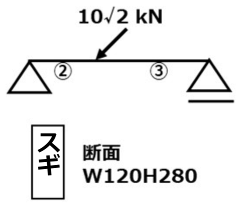
		圧縮	引張	曲げ	せん断
木材	ヒノキ等	2/3 x c			
	スギ等				
鋼材	構造用	F			F/√3
ｺﾝｸﾘｰﾄ	普通	2/3F	2/30F	−	2/30F

材料によって決まる基準強度（Ｆ値）

		圧縮	引張	曲げ	せん断
木材	ヒノキ等	20.7	16.2	26.7	2.1
	スギ等	17.7	13.5	22.2	1.8
鋼材	構造用	235	235	235	235/√3
ｺﾝｸﾘｰﾄ	普通	Fc	Fc/10	−	Fc/10

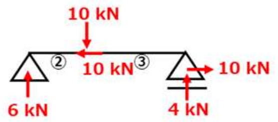
Fc：設計基準強度

問題

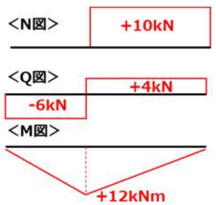


応力図

①部材反力の計算



②断面応力の計算



N_{max}=10kN
Q_{max}=6kN
M_{max}=12kNm

軸方向応力度で比較

①応力度の最大値
$\sigma_{max}=N_{max}/A$
$=10\mathrm{x}10^3/(120\mathrm{x}280)$
$=0.298$ N/㎜²

②材料の許容値
1.1/3.0ｘ13.5＝4.95 N/㎜²

よって安全。

せん断応力度で比較

①応力度の最大値
$\tau_{max}=3/2\mathrm{x}Q_{max}/A$
$=1.5\mathrm{x}6\mathrm{x}10^3/(120*280)$
$=0.268$ N/㎜²

②材料の許容値
1.1/3.0ｘ1.8＝0.66 N/㎜²

よって安全。

曲げ応力度で比較

①応力度の最大値
$\sigma_{max}=M_{max}/Z=6Q_{max}/bh^2$
$=6\mathrm{x}12\mathrm{x}10^6/(120*280^2)$
$=7.65$ N/㎜²

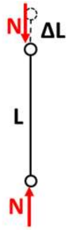
②材料の許容値
1.1/3.0ｘ22.2＝8.14 N/㎜²

よって安全。

第20回　座屈荷重

<座屈とは>

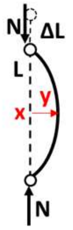
例えば両端ピンの柱に圧縮応力Nがかかっているとして



① Nが充分小さい時はフックの法則に従うので

$\sigma = E\varepsilon$　であって、$\sigma = N/A, \varepsilon = \Delta L/L$なので
$N/A = E \times \Delta L/L \Leftrightarrow \Delta L = NL/EA$

② Nが大きくなると、材料は横にたわんで破壊。
その時の位置 x でのたわみ量を y とすると、
下からの距離 x での曲げモーメントは $M=Ny$。

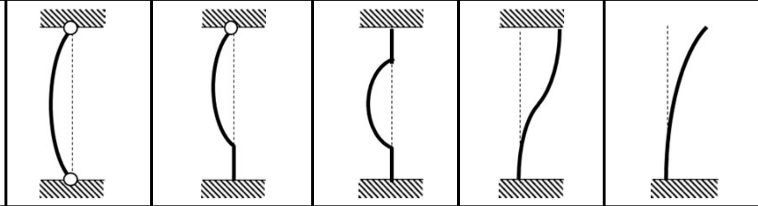


たわみ曲線の式：$d^2x/dy^2 = M/EI$から、
$d^2x/dy^2 = N/EI \times y$

ここで$\alpha^2 = N/EI$とおくと、$d^2x/dy^2 = \alpha^2 y$
$\Leftrightarrow y = C_1 \sin\alpha x + c_2 \cos\alpha x$
ここで境界となるx=0とx=Lでy=0となるので、
$c_2 = 0, C_1 \sin\alpha L = 0$
$C_1 = C_2 = 0$となると、y は常にゼロ（座屈していない）
となるので$C_1 \neq 0$であるから、
$\sin\alpha L = 0 \Leftrightarrow \alpha L = n\pi \Leftrightarrow \alpha = n\pi/L$
$\alpha^2 = N/EI$とおいたので、
$N = n^2\pi^2/L^2 \times EI$
座屈荷重はNの最小値（n=1）のときなので、 $N = \pi^2 EI/L^2$

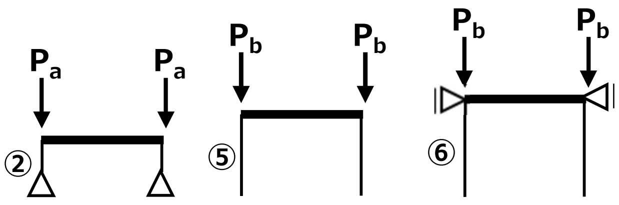
座屈荷重：$N_k = \dfrac{\pi^2 EI}{(kL)^2}$

但し
k ：座屈長さ係数（右表）
L ：座屈長さ

支持条件	両端ピン	ピン/固定	両端固定		自由/固定
水平移動	無し			有り	
座屈形状					
座屈係数	1.0	0.7	0.5	1.0	2.0

例題

全ての柱が等質等断面で、梁は剛体であり、柱・梁の自重や柱の面外方向への座屈を無視した場合、座屈荷重の大小を比較せよ。



～全ての柱が等質・等断面で、梁は剛体であり、柱・梁の自重や柱の面外方向への座屈を無視～

ヤング率：Eが同じ
断面二次ﾓｰﾒﾝﾄ：Iが同じ
柱と梁は固定端
座屈は外力のみで決まり、軸方向だけで考えればいい

よって
座屈荷重：$N_k = \dfrac{\pi^2 EI}{(kL)^2}$ において、座屈係数と座屈長さだけを比較すればよい。

A：固定/自由で水平移動ありなので、k=2.0。L=2なので、$Pa = \pi^2 EI/16$
B：固定/固定で水平移動ありなので、k=1.0。L=5なので、$Pa = \pi^2 EI/25$
C：固定/固定だが、ローラーで平行移動は抑えられているので、水平移動なしになり、
k=0.5。L=6なので、$Pa = \pi^2 EI/9$

よって、$P_c > P_a > P_b$

公式集

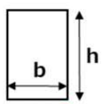
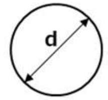
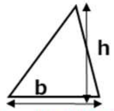
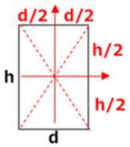
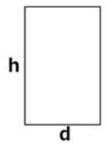
断面１次モーメント

断面一次モーメント(理論)	図心の位置
x軸周りの断面一次ﾓｰﾒﾝﾄ $S_x = \int_A y\, dA$ y軸周りの断面一次ﾓｰﾒﾝﾄ $S_y = \int_A x\, dA$ x軸とｙ軸は独立に考える。	$y_0 = S_x/A$ $x_0 = S_y/A$ 一次ﾓｰﾒﾝﾄを断面積で割れば、図心の位置がわかる

関数にできない複雑な断面図の場合

断面一次モーメント	図心の位置
いくつかの断面積の集合体とし断面一次ﾓｰﾒﾝﾄを、それぞれの"面積"と"図心の距離"の積の総和と考える。 x軸周りの断面一次ﾓｰﾒﾝﾄ $S_x = \sum \overline{y_n} A_n$	上の関係式を応用して、いくつかの断面積の集合体である複雑な構造の図心の位置を求める。 $\overline{y} = S_x/\Sigma A_n$ $\overline{x} = S_y/\Sigma A_n$

断面２次モーメント

図心軸に対する断面二次ﾓｰﾒﾝﾄ			断面係数	断面二次半径
【長方形】  $I_X = bh^3/12$ $I_y = b^3h/12$	【円形】  $I_X = \square d^4/64$	【三角形】  $I_X = bh^3/36$	【長方形】  $Z_{xc} = Z_{xt} = I_x/y_t$ $=(bh^3/12)/(h/2)$ $=bh^2/6$ 同様に $Z_{yc} = Z_{yt} = b^2h/6$	【長方形】  $i_X = \sqrt{I_x/A}$ $=\sqrt{(bh^3/12)/(bh)}$ $=\sqrt{h^2/12}$ $=h/\sqrt{12}$ 同様に、$i_y = d/\sqrt{12}$

軸方向応力度（圧縮・引張）/曲げ応力度/せん断応力度

軸方向応力度	曲げ応力度	せん断応力度
$\sigma = N/A$	$\sigma = M/Z_t$ (曲げﾓｰﾒﾝﾄ/断面係数)	$\tau = QS/bI$ (断面一次ﾓｰﾒﾝﾄ/断面二次ﾓｰﾒﾝﾄ) 長方形：$\tau_{max} = 3/2(Q/A)$ 円　形：$\tau_{max} = 4/3(Q/A)$

軸方向応力度（圧縮・引張）と曲げ応力度の複合

$$\sigma = (1 \pm ey/i^2)\ N/A$$

引張側なら＋
圧縮側ならー

長期荷重（固定荷重＋積載荷重）の許容応力度

		圧縮	引張	曲げ	せん断
木材	ヒノキ等	1.1/3.0 x F			
	スギ等				
鋼材	構造用	F/1.5			F/(1.5√3)
ｺﾝｸﾘｰﾄ	普通	F/3	F/30	－	F/30

短期荷重（長期荷重＋非常時荷重）の許容応力度

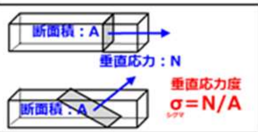
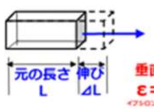
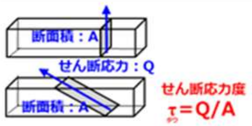
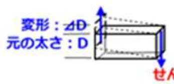
		圧縮	引張	曲げ	せん断
木材	ヒノキ等	2/3 x c			
	スギ等				
鋼材	構造用	F			F/√3
ｺﾝｸﾘｰﾄ	普通	2/3F	2/30F	－	2/30F

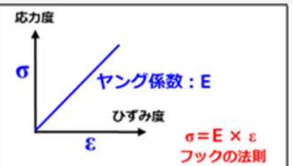
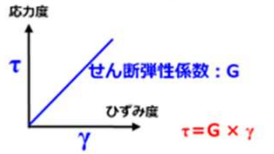
材料によって決まる基準強度（Ｆ値）

		圧縮	引張	曲げ	せん断
木材	ヒノキ等	20.7	16.2	26.7	2.1
	スギ等	17.7	13.5	22.2	1.8
鋼材	構造用	235	235	235	235/√3
ｺﾝｸﾘｰﾄ	普通	Fc	Fc/10	－	Fc/10

Fc：設計基準強度

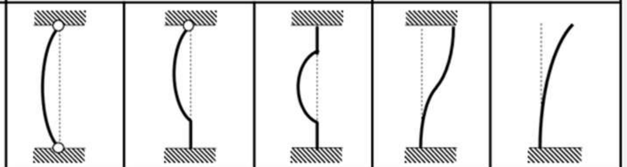
フックの法則

	応力度	ひずみ度	ポアソン比
垂直方向	 垂直応力度 $\sigma = N/A$ シグマ	 垂直ひずみ度 $\varepsilon = \Delta L/L$ イプシロン	梁に引っ張り応力がかかって力がかかった方向に伸び、力がかかっていない方向に縮んだ時 
せん断方向	 せん断応力度 $\tau = Q/A$ タウ	 せん断ひずみ度 $\gamma = \Delta D/D$ ガンマ	ポアソン比 $\nu = \gamma/\varepsilon = \dfrac{\Delta D/D}{\Delta L/L}$ ニュー

垂直方向	 $\sigma = E \times \varepsilon$ フックの法則	測定装置（ex:テンシロン）でフックの法則から係数：Eを実測して （係数：Eは素材でほぼ固有）
せん断方向	 $\tau = G \times \gamma$	係数：$G = \dfrac{E}{2(1+\nu)}$ ポアソン比

座屈荷重：$N_k = \dfrac{\pi^2 EI}{(kL)^2}$

但し
ｋ：座屈長さ係数（右表）
Ｌ：座屈長さ

支持条件	両端ピン	ピン/固定	両端固定		自由/固定
水平移動	無し			有り	
座屈形状					
座屈係数	1.0	0.7	0.5	1.0	2.0